

# Formulaire pour ME-232 Mécanique des structures 2025-26

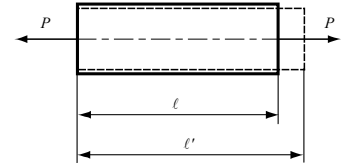
## Efforts intérieurs (pour un trièdre de référence gauche sur la face de normale $x$ )

Effort normal	$N = \iint_F \sigma \, dF$	Moment de torsion	$M_t = - \iint_F \tau_z y - \tau_y z \, dF$
Effort tranchant	$T_y = \iint_F \tau_y \, dF$	Moment de flexion	$M_{fy} = - \iint_F \sigma z \, dF$
Effort tranchant	$T_z = \iint_F \tau_z \, dF$	Moment de flexion	$M_{fz} = \iint_F \sigma y \, dF$

## Traction/compression

Loi d'élasticité de Hooke  $\sigma = \frac{P}{F} = \frac{\Delta \ell}{\ell} E = \varepsilon E$

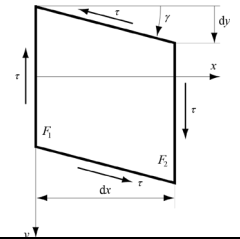
Allongement transversal relatif  $\varepsilon_t = -\mu \varepsilon$



## Cisaillement

Angle de glissement  $\gamma = \frac{\tau}{G}$

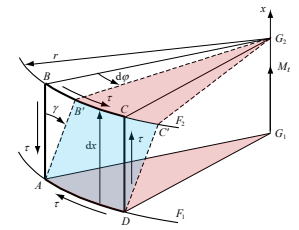
Module de glissement  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$



## Torsion

Contrainte de cisaillement  $\tau(r) = \frac{r M_t}{I_p}$

Angle de torsion  $\varphi = \frac{M_t \ell}{G I_p}$



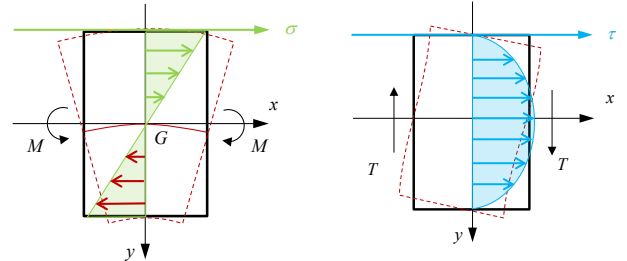
## Flexion de poutres

Contrainte normale  $\sigma(y) = \frac{y M}{I}$

Contrainte de cisaillement  $\tau(y) = \frac{T}{I b} \iint_{F'} y \, dF' = \frac{TS'}{I b}$

Influence  $M$  sur la déformée  $y'' = -\frac{1}{\rho} = -\frac{M}{EI}$

Influence  $T$  sur la déformée  $y'_T = \frac{F}{I^2} \iint_F \frac{S'^2}{b^2} \, dF \frac{T}{GF} = \eta \frac{T}{GF}$



## Énergie de déformation des poutres

Énergie déf. élast. effort  $N$   $U_N = \int_0^\ell \frac{N^2}{2EF} \, dx$       Énergie déf. élast. moment  $M_f$   $U_{M_f} = \int_0^\ell \frac{M_f^2}{2EI} \, dx$

Énergie déf. élast. moment  $M_t$   $U_{M_t} = \int_0^\ell \frac{M_t^2}{2GI_p} \, dx$       Énergie déf. élast. effort  $T$   $U_T = \int_0^\ell \frac{\eta T^2}{2GF} \, dx$

## Hyperstatisme

Théorème castigliano  $\delta_k = \frac{\partial U}{\partial P_k}$       Théorème de Menabrea  $\frac{\partial U}{\partial R_k} = 0$

Hyperstatisme extérieur/intérieur :  $k = p - 6$  pour un système dans l'espace et  $k = p - 3$  pour un système plan

## Flambage

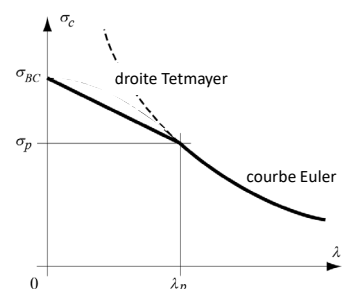
Formule d'Euler  $N_c = \frac{\pi^2 EI}{\ell_0^2}$  avec  $\ell_0 =$  demi-longueur d'onde

Contrainte critique d'Euler  $\sigma_c = \frac{\pi^2 EI}{\ell_0^2 F} = \frac{\pi^2 E i^2}{\ell_0^2} = \frac{\pi^2 E}{(\ell_0/i)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

Elancement proportionnel  $\lambda_p = \pi \sqrt{E/\sigma_p}$

Contrainte critique de Tetmayer  $\sigma_c = \sigma_{BC} - \frac{\lambda}{\lambda_p} (\sigma_{BC} - \sigma_p)$

Formule de Timoshenko  $N_c = \frac{U}{t} = EI \frac{\int_0^\ell y''^2 \, dx}{\int_0^\ell y'^2 \, dx}$



## Critère de rupture : facteur de sécurité et contraintes équivalente

Critère de Mohr-Coulomb  $n = \frac{\sigma_{et}}{\sigma_1 - \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{ec}} \sigma_3} = \frac{\sigma_{et}}{\sigma_1 - \alpha \sigma_3}$

Critère de Tresca  $n = \frac{\sigma_e}{\sigma_1 - \sigma_3}$

Critère de von Mises  $n = \frac{\sigma_e}{\sigma_g}$

Contrainte équiv. de von Mises  $\sigma_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$   
 $\sigma_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$

## État de contrainte bidimensionnel (une contrainte principale nulle)

Contrainte normale sur la face  $F_\varphi$   $\sigma_\varphi = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R \cos 2(\varphi - \varphi_0)$

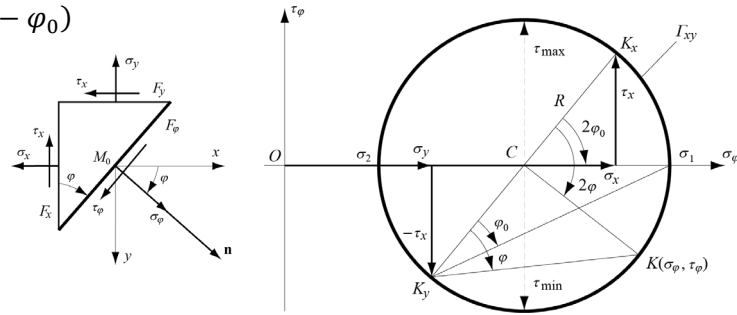
Contrainte cisail. sur la face  $F_\varphi$   $\tau_\varphi = -R \sin 2(\varphi - \varphi_0)$

Rayon du cercle de Mohr  $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_x^2}$

Angle entre les normales  $x$  et  $X$   $\tan 2\varphi_0 = \frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y}$

Contraintes principales  $\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R$

$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R$



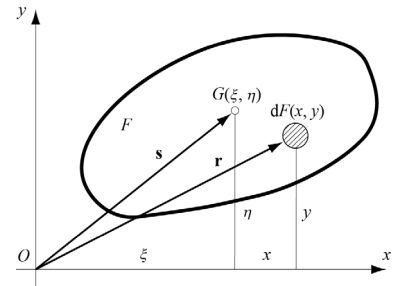
## Moment du premier et du deuxième ordre

Moment d'une aire plane et centre de gravité

$S = \iint_F \mathbf{r} dF$  [m<sup>3</sup>]       $\mathbf{s} = \frac{\iint_F \mathbf{r} dF}{\iint_F dF} = \frac{S}{F}$  [m]

$S_x = \iint_F y dF$  [m<sup>3</sup>]       $\xi = \frac{\iint_F x dF}{\iint_F dF} = \frac{S_y}{F}$  [m]

$S_y = \iint_F x dF$  [m<sup>3</sup>]       $\eta = \frac{\iint_F y dF}{\iint_F dF} = \frac{S_x}{F}$  [m]



Moment d'inertie

$I_p = \iint_F r^2 dF = I_x + I_y$  [m<sup>4</sup>]

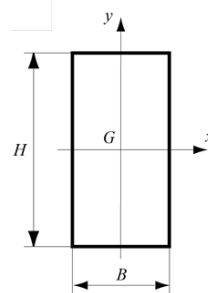
$I_x = \iint_F y^2 dF$  [m<sup>4</sup>]

$I_y = \iint_F x^2 dF$  [m<sup>4</sup>]

$I_{xy} = \iint_F xy dF$  [m<sup>4</sup>]

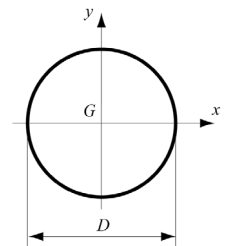
$I_x = \frac{BH^3}{12}$

$I_y = \frac{HB^3}{12}$



$I_x = \frac{\pi D^4}{64}$

$I_y = \frac{\pi R^4}{4}$



## Essai de traction

limite de proportionnalité (A)  $\sigma_p$

limite conventionnelle de proportionnalité (B)  $\sigma_{0,02}$

limite apparente d'élasticité (C)  $\sigma_e$

limite conventionnelle d'élasticité (D)  $\sigma_{0,2}$

résistance à la traction (H)  $\sigma_B$

contrainte réelle de rupture (R')  $\sigma'_u$

